

Probleme aplicative - probabilități

Exemple de probleme

P1. Se știe că grupa sanguină a unui subiect uman poate fi A, B, AB sau O. În plus, fiecare individ poate avea un factor Rh pozitiv (+) sau Rh negativ (-).

Să presupunem că un asistent medical înregistrează grupa sanguină și grupul Rh al unui pacient selectat aleatoriu dintr-o populație.

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A. Spațiul fundamental pentru acest experiment este mulțimea $\{O+, A+, B+, AB+, O-, A-, B-, AB-\}$
- B. Spațiul fundamental este infinit, dar măsurabil
- C. Spațiul fundamental este format din 8 evenimente elementare
- D. Evenimentul că „un pacient extras la întâmplare să aibă grupa sanguină $O+$ ” este evenimentul cert
- E. Spațiul fundamental este finit

R1: A, C, E

Exemple de probleme

P2. *Consideram evenimentul: $A = \{ \text{a fi subponderal} \}$ cu probabilitatea $\Pr(A) = 0,20$, iar evenimentul $B = \{ \text{a fi hipertensiv} \}$ cu probabilitatea de $0,1$. Probabilitatea de a fi subponderal și hipertensiv la un pacient extras aleatoriu dintr-un esantion de pacienti cu fibroză chistică este egală cu $0,02$.

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

- A. Evenimentele A si B sunt independente
- B. Evenimentele A si B sunt dependente
- C. Evenimentele A si B sunt complementare
- D. Evenimentul A este un eveniment compus
- E. Evenimentele A si B sunt incompatibile

R2:A

Soluție:

$\Pr(A) = 0,10$; $\Pr(B) = 0,01$; $\Pr(A \cap B) = 0,10$; $\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B)$ spunem că A și B sunt evenimente independente. Cele 2 evenimente nu sunt complementare deoarece $\Pr(A) \neq 1 - \Pr(B)$; evenimentul A este un eveniment elementar; Evenimentele A și B nu se exclud reciproc deoarece $\Pr(A \cap B) \neq 0$

16/12/2022

Exemple de probleme

P3. Presupunem că un anumit tip de reacție alergică la un vaccin antigripal afectează de obicei 1 adult din 40, în timp ce intoleranța alimentară afectează 55% dintre adulți.

Presupunând că cele două evenimente sunt independente, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A. Probabilitatea de a avea reacție alergică SI intoleranța alimentară la un adult extras aleatoriu dintr-un esantion este egală cu 0,014
- B. Probabilitatea de a avea reacție alergică SAU intoleranța alimentară la un adult extras aleatoriu dintr-un esantion este egală cu
- C. Cele două evenimente sunt elementare
- D. Cele două evenimente sunt evenimente compuse
- E. Cele două evenimente sunt evenimente dependente

R3. A, B, C

Exemple de probleme

Soluție:

Considerăm evenimentele $M = \{a \text{ avea reacție alergică la vaccinul antigripal}\}$

$N = \{a \text{ avea intoleranță alimentară}\}$

$$\Pr(M) = 1/40 = 0,025$$

$$\Pr(N) = 0,55$$

M și N sunt ev.independente $\Rightarrow \Pr(M \cap N) = \Pr(M) \times \Pr(N) = 0,014$

Probabilitatea de a avea cel puțin unul din cele două evenimente:

$$\Pr(M \cup N) = \Pr(M) + \Pr(N) - \Pr(M \cap N) = 0,561$$

Exemple de probleme

P4. S-a realizat un studiu pentru a evalua indicatorii de performanță ai unui nou test de diagnostic sanguin pentru boala celiacă. Un grup de 80 de pacienți au fost identificați ca având boala celiacă dovedită prin biopsie (biopsia= test de referință) și 60 de pacienți au fost evaluați pe baza simptomelor, dar s-au găsit ca neavând boala celiacă. Tuturor celor 140 de subiecți li s-a aplicat noul test, rezultatele fiind următoarele:

| | Boala celiaca (prezenta) | Boala celiaca (absenta) | Total |
|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|--------------|
| Test nou pozitiv (T+) | 60 | 10 | 70 |
| Test nou negativ (T-) | 20 | 50 | 70 |
| Total | 80 | 60 | 140 |

Exemple de probleme

P4. *Frecvențele absolute observate ale adevăraților pozitivi – falșilor pozitivi – falșilor negativi – adevăraților negativi în tabelul de contingență asociat problemei sunt:

A. 100 – 70 – 120 – 210

B. 60 – 10 – 20 – 50

C. 100 – 210 – 120 – 70

D. 100 – 120 – 210 – 70

E. 60 – 50 – 20 – 10

R4. B

Exemple de probleme

P5. Considerând aceleași date ca și la problema **P4**, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A. Probabilitatea de a avea un test pozitiv la un pacient identificat prin biopsie ca având boala celiaca este egala cu 0,75
- B. Probabilitatea de a avea un test pozitiv la un pacient identificat prin biopsie ca având boala celiaca este egala cu 0,86
- C. Probabilitatea de a avea rezultat pozitiv la ambele teste (test de referință și noul test) este egala cu 0,428
- D. 42,8% dintre pacienții din eșantionul de studiu au avut rezultat pozitiv la ambele teste
- E. Probabilitatea de a avea un test pozitiv la un pacient identificat prin biopsie ca având boala celiacă se numește sensibilitatea testului

R5. A, C, D, E

Exemple de probleme

Soluție: considerăm tabelul de contingenta asociat problemei

| | Boala celiaca prezenta (B+) | Boala celiaca absenta (B-) | Total |
|-----------------------|-----------------------------|----------------------------|-------|
| Test nou pozitiv (T+) | 60 | 10 | 70 |
| Test nou negativ (T-) | 20 | 50 | 70 |
| Total | 80 | 60 | 140 |

- ✓ Probabilitatea de a avea un test pozitiv la un pacient identificat prin biopsie ca având boala celiaca este $\Pr(T+/B+)=60/80=0,75$ (75%)
- ✓ Probabilitatea de a avea rezultat pozitiv la ambele teste este $\Pr(T+ \cap B+)= 60/140= 0,429$ (42,9%)

Exemple de probleme

P6. Considerând aceleași date ca și la problema **P4**, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A. Proporția rezultatelor concordante ale noului test a fost egală cu 78,57%
- B. Proporția rezultatelor concordante ale noului test se numește acuratețea testului
- C. Numărul pacienților cu rezultate concordante la ambele teste a fost 60
- D. Proporția rezultatelor concordante ale noului test a fost egală cu 42,86%
- E. Numărul pacienților cu rezultate concordante la ambele teste a fost 110

R6. A, B, E

Exemple de probleme

P7. S-a realizat un studiu pe un eșantion de 84 subiecți pentru a identifica dacă fumatul este factor de risc pentru cancerul de plămâni. Eșantionul a cuprins 10 subiecți cu cancer pulmonar, 8 dintre aceștia fiind fumători. 10 din subiecții fără cancer pulmonar erau de asemenea fumători.

Care dintre afirmațiile următoare sunt adevarate?

- A. Riscul de a avea cancer pulmonar a fost egal cu 11,9%
- B. Riscul de a avea cancer pulmonar la fumatori a fost egal cu $8/18$
- C. Riscul de a avea cancer pulmonar la nefumatori a fost egal cu $2/66$
- D. Riscul de a avea cancer pulmonar la fumatori a fost egal cu $8/10$
- E. Riscul de a avea cancer pulmonar la nefumatori a fost egal cu $2/10$

R7. A, B, C

Exemple de probleme

Soluție: considerăm tabelul de contingență asociat problemei

| | Cancer pulmonar prezent (B+) | Cancer pulmonar absent (B-) | Total |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------|-------|
| Fumatori (F+) | 8 | 10 | 18 |
| Nefumatori (F-) | 2 | 64 | 66 |
| Total | 10 | 74 | 84 |

Riscul de a avea cancer pulmonar este $\Pr(B+) = 10/84$

Exemple de probleme

P8. S-a realizat un studiu pe un eșantion de 84 subiecți pentru a identifica dacă fumatul este factor de risc pentru cancerul de plămâni. Eșantionul a cuprins 10 subiecți cu cancer pulmonar, 8 dintre aceștia fiind fumători. 10 din subiecții fără cancer pulmonar erau de asemenea fumători.

Care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate?

- A. Riscul relativ al cancerului pulmonar a fost egal cu 11,9%
- B. Riscul relativ al cancerului pulmonar a fost egal cu 14,66%
- C. In eșantionul de studiu, fumatul a fost un factor de risc pentru dezvoltarea cancerului pulmonar
- D. Riscul relativ al cancerului pulmonar a fost egal cu 14,66
- E. In eșantionul de studiu, fumatul a fost un factor de protecție pentru dezvoltarea cancerului pulmonar

R8. C, D

Exemple de probleme

Soluție: considerăm tabelul de contingență asociat problemei

| | Cancer pulmonar prezent (B+) | Cancer pulmonar absent (B-) | Total |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------|-------|
| Fumatori (F+) | 8 | 10 | 18 |
| Nefumatori (F-) | 2 | 64 | 66 |
| Total | 10 | 74 | 84 |

Riscul relativ RR este $RR = \frac{\Pr(B+/F+)}{\Pr(B+/F-)} = \frac{8/18}{2/66}$

Exemple de probleme

P9. S-a realizat un studiu pe un eșantion de 84 subiecți pentru a identifica dacă fumatul este factor de risc pentru cancerul de plămâni. Eșantionul a cuprins 10 subiecți cu cancer pulmonar, 8 dintre aceștia fiind fumători. 10 din subiecții fără cancer pulmonar erau de asemenea fumători.

Care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate?

- A. Raportul de șanse (OR) al cancerului pulmonar a fost egal cu $8 \cdot 64 / 20$
- B. Raportul de șanse (OR) al cancerului pulmonar a fost egal cu $20 / 8 \cdot 64$
- C. In eșantionul de studiu, fumatul a fost un factor de risc pentru dezvoltarea cancerului pulmonar
- D. Raportul de șanse (OR) al cancerului pulmonar a fost egal cu $10 \cdot 18 / 84$
- E. In eșantionul de studiu, fumatul a fost un factor de protecție pentru dezvoltarea cancerului pulmonar

R9. A, C

Exemple de probleme

P10. S-a realizat un studiu pe un eșantion de 84 subiecți pentru a identifica dacă fumatul este factor de risc pentru cancerul de plămâni. Eșantionul a cuprins 10 subiecți cu cancer pulmonar, 8 dintre aceștia fiind fumători. 10 din subiecții fără cancer pulmonar erau de asemenea fumători.

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

- A. Care este probabilitatea ca un pacient ales aleatoriu din eșantion să fie fumător este egală cu 0,214
- B. Care este probabilitatea ca un pacient ales aleatoriu să fie fumător știind că acesta suferă de cancer pulmonar este 0,80
- C. Probabilitatea de a fi nefumător este egală cu 0,786
- D. Evenimentele B+ și F+ sunt evenimente compatibile
- E. Evenimentele B+ și F+ sunt evenimente incompatibile

R10. A, B, C, D

Exemple de probleme

Soluție: considerăm tabelul de contingență asociat problemei

| | Cancer pulmonar prezent (B+) | Cancer pulmonar absent (B-) | Total |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------|-------|
| Fumatori (F+) | 8 | 10 | 18 |
| Nefumatori (F-) | 2 | 64 | 66 |
| Total | 10 | 74 | 84 |

Care este probabilitatea ca un pacient ales aleatoriu sa fie fumator este $\Pr(F+) = 18/84 = 0,214$
probabilitatea ca un pacient ales aleatoriu sa fie fumator stiind ca acesta suferă de cancer pulmonar este
 $\Pr(F+/B+) = 8/10 = 0,80$